

Autor: Błażej Gruszczyński

SCENARIUSZ LEKCJI Z INFORMATYKI

Temat: **Magiczna rodzina Fibonacciego**

Klasa: druga w liceum ogólnokształcącym (profil matematyczno-informatyczny)

I. Tytuł cyklu WSiP:

Algorytmika – tworzenie i reprezentowanie algorytmów.

II. Etap edukacyjny:

Problemy z rekurencyjną naturą.

III. Przedmiot:

Informatyka.

IV. Czas trwania i miejsce:

3 godziny lekcyjne w pracowni komputerowej.

V. Wstęp:

Niezwykłe, a nawet wręcz niesamowite, własności, których źródłem są liczby Fibonacciego, mogą stanowić inspirację do rozpoczęcia przez uczniów samodzielnych badań w tych dziedzinach wiedzy, które są im szczególnie bliskie (każdy znajdzie coś dla siebie).

Rodzina liczb Fibonacciego jest od wielu wieków przedmiotem olbrzymiego zainteresowania. Powody, dla których tak się dzieje, to między innymi pojawianie się elementów ciągu Fibonacciego w niezwykle dziwnych miejscach w przyrodzie, występowanie "złotego stosunku" jako matematycznej podstawy wielu dziedzin życia codziennego i wykorzystywanie własności liczb Fibonacciego w teorii liczb. Jeśli dodać do tego aurę tajemniczości kojarzącą te liczby, np. z arką przymierza czy odległymi galaktykami wirującymi wzdłuż "złotej spirali", to zagadnienie wydaje się na tyle interesujące, że warto przedstawić je uczniom.

Ciąg Fibonacciego, tworzenie efektu "wirujących kwadratów", rysowanie "złotej spirali" są przykładami rekurencyjnych procesów wzrostu (UFF!!! ... cóż za straszna nazwa!). Warto więc to trudne nazewnictwo "obłaskawić" prostymi i zrozumiałymi przez uczniów przykładami. Odpowiedź na związane z powyższymi zagadnieniami pytanie "Dlaczego akurat tak się dzieje?" pozostaje nadal okryta głęboką, niewyjaśnioną tajemnicą. Być może nasi uczniowie będą tymi, którzy uchylą w przyszłości rąbka tej tajemnicy.

VI. Cele lekcji:

1. Rozwijanie dociekliwości poznawczej ukierunkowanej na rzetelną informację w celu samodzielnego rozwiązywania problemów.
2. Rozumienie znaczenia dostępności do Internetu dla własnego rozwoju w różnych dziedzinach życia.
3. Zastosowanie wartości wyrazów ciągu Fibonacciego do opisu przyrody.
4. Wyszukanie odpowiedników ciągu Fibonacciego w muzyce, sztuce, fizyce, astronomii, matematyce i innych dziedzinach wiedzy.
5. Kształcenie umiejętności logicznego myślenia i interpretacji zjawisk.
6. Stosowanie podstawowych konstrukcji algorytmicznych i programistycznych do rozwiązywania problemów.

VII. Formy pracy uczniów:

Zastosowane w kolejności:

Dwie pierwsze godziny lekcyjne:

- a) praca samodzielna
- b) praca grupowa
- c) praca z całą klasą

Trzecia godzina lekcyjna: praca samodzielna.

VIII. Metody:

Metody aktywizujące: praca w grupach, dyskusja dydaktyczna.

Ćwiczenia.

IX. Pojęcia kluczowe:

1. złoty prostokąt, złota spirala, złoty podział (boska proporcja),
2. wirujące kwadraty, spirala logarytmiczna,
3. rekurencja, iteracja.

X. Pomoce dydaktyczne:

1. fotografie Fibonacciego, Partenonu, budowli rzymskich, rzeźb i posągów,
2. miniaturowy królik w klatce, schemat liczebności populacji królików w pierwszych dwunastu miesiącach doświadczenia opisanego przez Fibonacciego,
3. cylinder i czarodziejska różdżka, książka "Alicja w krainie czarów",
4. papier milimetrowy – rysunek z wyjaśnieniem paradoksu geometrycznego,
5. kapusta, sałata, szyszki, rysunek tarczy słonecznika (obraz pt. "Słoneczniki") i zdjęcie stokrotki,
6. skrzypce, magnetofon, odpowiednio dobrane utwory muzyczne, zapis nutowy.

XI. Bibliografia:

1. "Informatyka część 1, Kształcenie w zakresie rozszerzonym – Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego"; WSiP, Warszawa 2003
2. "Piramidy, szyszki i inne konstrukcje algorytmiczne"; WSiP, Warszawa 1998
3. "Świat Techniki" – Nr 2/2004 – "Kapitałna spirala"
4. "The Fibonacci Quarterly" – dowolny numer kwartalnika
5. Strony WWW dotyczące liczb Fibonacciego, z których zostały pobrane rysunki i zdjęcia użyte w opracowaniu:
 - a. www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html
 - b. www.engineering.sdstate.edu/~fib/
 - c. www.mscs.dal.ca/Fibonacci/
 - d. www.webinvaders.com/fibonacci/4/

XII. Tok lekcji:

I. Założenia

Uczniowie poznali na poprzednich lekcjach następujące wiadomości związane z realizowanym tematem:

a) Algorytmy iteracyjne. Uczniowie znają pojęcie iteracji, umieją obliczać wartość wielomianu z wykorzystaniem schematu Hornera¹ oraz potrafią znajdować najmniejszy lub największy element w zbiorze², znają także zalety metody "dziel i zwyciężaj"³ i wykorzystują ją do jednoczesnego znajdowania najmniejszego i największego elementu w zbiorze danych, znają również

podstawowe algorytmy sortowania (w tym algorytm porządkowania przez wybór⁴) i wyszukiwania elementu w zbiorach uporządkowanych i nieuporządkowanych⁵.

b) Algorytmy rekurencyjne. Uczniowie znają pojęcie rekurencji, umieją obliczać wartość wielomianu zapisanego w postaci rekurencyjnej⁶, potrafią projektować i analizować rekurencyjne drzewa.

c) Uczniowie opanowali w stopniu dobrym umiejętność programowania w językach Logo i Pascal, bardzo dobrze posługują się arkuszem kalkulacyjnym.

d) Na lekcji bezpośrednio poprzedzającej temat **Magiczna rodzina Fibonacciego** zrealizowany został temat "Problemy z rekurencyjną naturą"⁷, w tym problem sposobów pokonywania schodów przez Profesora S. Uczniowie poznali pojęcie ciągu Fibonacciego, zapoznali się z problemami związanymi z pisaniem programów rekurencyjnych, wykorzystując arkusz kalkulacyjny, obliczali kolejne wyrazy różnych ciągów, w tym –nowo poznanego – ciągu Fibonacciego.

Przed zakończeniem lekcji uczniowie podzieleni zostali na 8 grup (każda grupa może liczyć 3-4 osoby), w celu przygotowania w domu wiadomości do zreferowania na jednej z kolejnych lekcji. Dobór uczniów do grup uwzględniał deklarowane przez nich wcześniej zainteresowania: fizyką, biologią, elektroniką, plastyką i muzyką.

Tematy do przygotowania przez poszczególne grupy:

GRUPA	TEMAT (wraz z zagadnieniami)
1	Słynne zadanie Fibonacciego o królikach: schemat liczebności populacji królików w pierwszych dwunastu miesiącach doświadczenia
2	Paradoks geometryczny – zagadka Fibonacciego: rysunek na papierze milimetrowym; "Alicja w krainie czarów" Lewisa Carolla
3	Ułamki łańcuchowe: przykłady obliczania wartości ułamków łańcuchowych – i tu także liczby Fibonacciego!
4	Układy elektryczne a liczby Fibonacciego: połączenia szeregowo i równoległe rezystorów, wartość rezystancji zastępczej
5	Złoty stosunek i boski podział: Apollo Belwederski, Dawid z Florencji, grecki Partenon, budowle rzymskie
6	Metafizyka a liczby Fibonacciego: arka przymierza, arka Noego, proporcja z Atlantydy, Wielka Piramida, zegar biologiczny człowieka, Układ Planetarny
7	Liczby Fibonacciego w muzyce: 5 Symfonia Beethovena, skrzypce Stradivarius, Bela Bartók (utwór fortepianowy Mikrokosmos)
8	Liczby Fibonacciego w przyrodzie: słońce, kapusta, sałata, szyszki, stokrotki

Wszyscy uczniowie otrzymali powyższy zestaw tematów, aby -oprócz swojego tematu- mogli przygotować ciekawostki związane z pozostałymi tematami.



Zadaniem domowym uczniów jest również przyniesienie pomocy naukowych i rekwizytów związanych z realizowanym tematem. Nauczyciel -na wszelki wypadek- ma przygotowane własne pomoce, a przyniesienie niektórych rekwizytów uzgadnia wcześniej z wybranymi uczniami (np. miniaturowy królik).

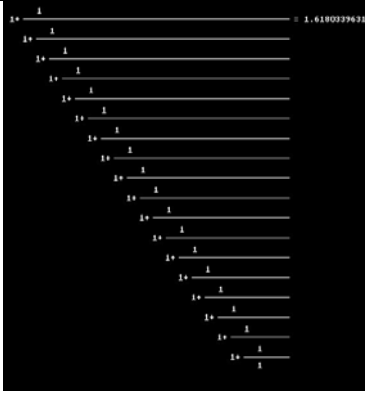
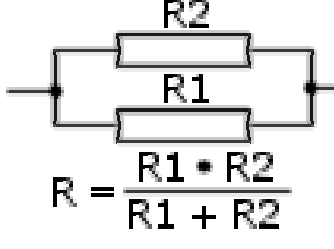
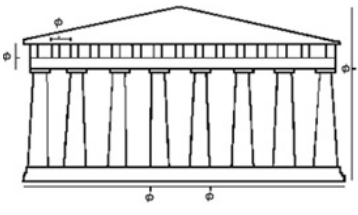
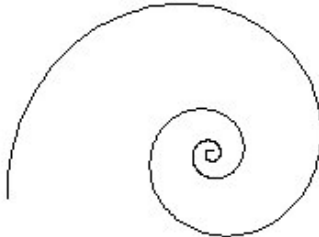
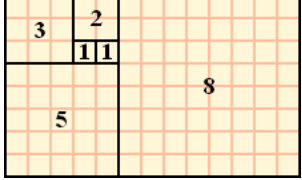
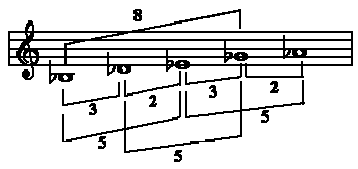
II. Scenariusz lekcji

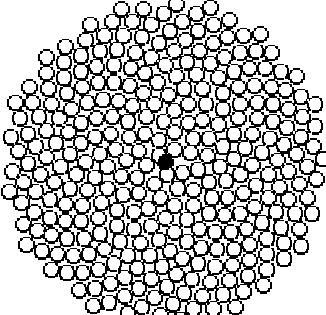
A) PIERWSZE DWIE GODZINY LEKCYJNE

Przebieg lekcji:

1. Czynności organizacyjne (5')
2. Powtórzenie najważniejszych wiadomości z poprzedniej lekcji dotyczących ciągu Fibonacciego, iteracji i rekurencji; ocena wypowiedzi uczniów (10')
3. Realizacja tematu:
 - a) nauczyciel dokonuje krótkiego wprowadzenia, roztaczając aurę tajemniczości, opowiada o niezwykłej roli, jaką odgrywają liczby Fibonacciego w przyrodzie, matematyce i sztuce, zachęca uczniów do podejmowania działań odkrywczych związanych z tym zagadnieniem, gdyż wszystkie pytania "dlaczego akurat tak?" i "jak to wyjaśnić?" cały czas pozostają otoczone tajemnicą (10')
 - b) uczniowie zajmują miejsca w swoich zespołach; w ramach utworzonych grup pracują na lekcji, wymieniając w obrębie grupy przygotowane w domu informacje i dokonując wyboru osób referujących poszczególne zagadnienia (15')
 - c) Przedstawiciele grup prezentują pomoce i rekwizyty, omawiają przygotowane zagadnienia, zwracając szczególną uwagę na wielorakość "potomstwa liczb Fibonacciego". W centralnym punkcie klasy pojawiają się kolejno m.in.: zdjęcia i inne pomoce przygotowane przez uczniów (królika można "wyczarować" z cylindra). Nauczyciel oraz uczniowie z pozostałych grup uzupełniają i wzbogacają ciekawostkami ich wypowiedzi. (40')

Nr grupy:	Pomoce dydaktyczne:	Symbol grupy omawiającej zagadnienie:	Pytania, które mogą / muszą się pojawić:	Przewidywane odpowiedzi uczniów:
1	Schemat liczebności populacji królików w pierwszych dwunastu miesiącach doświadczenia opisanego przez Fibonacciego		1. Ile par królików można otrzymać z jednej pary w ciągu dwunastu miesięcy, jeśli co miesiąc każda para wydaje na świat jedną nową parę, a nowa para zaczyna mieć młode w dwa miesiące po urodzeniu?	Liczebność populacji królików w kolejnych miesiącach wyrażona jest kolejnymi liczbami ciągu Fibonacciego.
2	Rysunek z wyjaśnieniem paradoksu geometrycznego		Dlaczego początkowa powierzchnia składająca się z $8 \times 8 = 64$ kwadratów, po przekształceniu składa się z $5 \times 3 = 65$ kwadratów? Gdzie w tym przykładzie występują liczby Fibonacciego?	Tajemnica zagadki Lewisa Carolla, autora "Alicji w krainie czarów" zostanie wyjaśniona, jeśli prostokąt zostanie dokładnie narysowany na papierze milimetrowym. Długości boków figur występujących na rysunkach są liczbami Fibonacciego.

3	Przykład rozbudowanego ułamka łańcuchowego		<p>Jaka jest wartość przedstawionego ułamka łańcuchowego? Co to za liczba?</p>	<p>1,61803396317 Liczba określająca stosunek złotego podziału.</p>
4	Przykład połączenia równoległego dwóch rezystorów		<p>Jak oblicza się rezystancję zastępczą dwóch rezystorów połączonych równolegle? Jaka jest wartość rezystancji zastępczej dwóch (trzech, czterech) rezystorów, każdy o wartości 1 Ω ?</p>	<p>Przedstawiciel grupy przedstawia sposób uzyskania wzoru na rezystancję zastępczą dwóch rezystorów połączonych równolegle. W mianownikach obliczonych rezystancji pojawiają się kolejne liczby Fibonacciego.</p>
5	Zdjęcia Partenonu, Apolla Belwederskiego, Dawida z Florencji, budowli rzymskich i greckich		<p>W czym tkwi piękno starożytnych budowli?</p>	<p>Przedstawiony na zdjęciu fronton Partenonu przystaje niemal idealnie do złotego prostokąta.</p>
6	Zdjęcia arki przy mierza, arka Noego, Wielkiej Piramidy, Układu Planetarnego		<p>W jaki sposób można w prosty sposób narysować spiralę logarytmiczną?</p>	 <p>Należy połączyć krzywą środki kwadratów.</p>
7	Skrzypce, magnetofon, odpowiednio dobrany fragment muzyki, zapis nutowy		<p>Jak kształtują się frazy muzyczne w utworach Bartoka?</p>	<p>Skala oparta na dźwiękach czarnych klawiszy fortepianu tworzy szereg interwałów, których rozpiętości mierzone sumą zawartych półtonów układają się zgodnie z ciągiem Fibonacciego.</p>

8	Kserokopie tarczy słonecznika z wyraźnie zaznaczonymi spiralami, wzdłuż których układają się nasiona.		Ile spiral prawoskrętnych i ile lewoskrętnych znajduje się na rysunku tarczy słonecznika? Dlaczego powyższa informacja jest dla nas interesująca?	13 i 21 21 i 34 34 i 55 55 i 89 Liczba spiral prawoskrętnych i lewoskrętnych w tarczy słonecznika jest zawsze liczbą Fibonacciego.
---	---	---	---	--

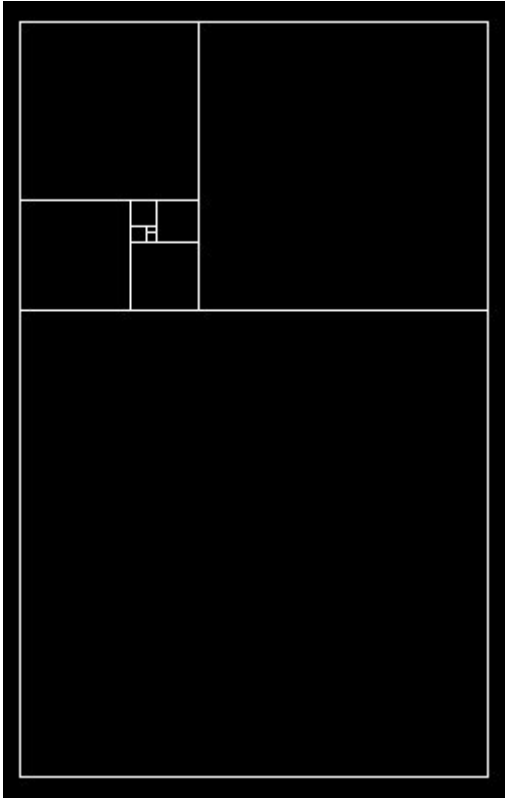
- d) Po zakończeniu prezentacji uczniowskich nauczyciel dokonuje oceny ich wystąpień i rekapitulacji. W części tej aktywnie uczestniczą również uczniowie, którzy dokonują oceny jakości wykonanej przez siebie pracy (przedstawiciele grup), analizują, co udało im się osiągnąć, czy zrealizowane zostały ustalone wcześniej z nauczycielem cele. Swoje zdanie w kwestii wystąpień przedstawiciele grup prezentują także krótko ich koledzy i koleżanki z klasy. Po wysłuchaniu wszystkich opinii, nauczyciel wystawia oceny. (7')
4. Nauczyciel podaje treść zadania domowego:
- Zmierz siebie i oceń, dokonując stosownych obliczeń, czy masz "boskie wymiary"**
 - Wyszukaj w Internecie jedną z prac amerykańskiego malarza z początku XX wieku, George'a Bellowsa, w której można odnaleźć wrażenie wirujących kwadratów(2')**
5. Nauczyciel przedstawia temat trzeciej godziny lekcyjnej: **Piszemy program w języku Pascal obliczający n-ty wyraz ciągu Fibonacciego z wykorzystaniem rekurencji i iteracji (1')**

B) TRZECIA GODZINA LEKCYJNA

Uczniowie przez całą godzinę lekcyjną rozwiązują zadania, które znajdują się na karcie pracy. Nauczyciel udziela krótkich wyjaśnień do każdego zadania. Uczniowie pracują zgodnie z obowiązującą od początku roku szkolnego zasadą: każdy stara się rozwiązać i przetestować swój program samodzielnie. Jeśli nie jest w stanie rozwiązać zadania samodzielnie, prosi o pomoc nauczyciela. Uczniowie pracują we własnym tempie, zależnym od stopnia umiejętności. Na zakończenie lekcji uczniowie oddają wypełnione karty pracy nauczycielowi do oceny.

<p>KARTA PRACY NR 1</p> <p>Zadanie 1: Podana jest procedura iteracyjna służąca do obliczania kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego. Uzupełnij brakujące miejsca (oznaczone znakiem zapytania) i napisz program w języku Pascal, umożliwiający znajdowanie kolejnych wyrazów ciągu. Program zapisz jako TwojeNazwisko1.pas i prześlij do skrzynki pocztowej nauczyciela.</p>	<p>Imię i Nazwisko:</p> <pre> procedure iteracyjnyFibo; var i:integer; begin w2:=1; w1:=1; l:=0; for i:=1 to n-2 do begin l = ?1; w2:=?2; w1:=?3 end; end; </pre>
<p>Rozwiązanie zaproponowane przez ucznia:</p>	<p>?1</p> <p>?2</p>

	?3
<p>Zadanie 2: Podana jest procedura rekurencyjna służąca do obliczania kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego. Uzupełnij brakujące miejsca (oznaczone znakiem zapytania) i napisz program w języku Pascal, umożliwiający znajdowanie kolejnych wyrazów ciągu. Program zapisz jako TwojeNazwisko2. pas i prześlij do skrzynki pocztowej nauczyciela.</p>	<pre>procedure rekurencyjnyFibo (x, y, krok: comp) ; begin if krok + 1 =n then exit; l:= x + y; rekurencyjnyFibo (?4); end;</pre>
Rozwiązanie zaproponowane przez ucznia:	?4
<p>Zadanie 3: Przedstawiony obok program ma obliczać wartość ułamka łańcuchowego i rysować jego postać (jak na rysunku poniżej). Uzupełnij puste miejsca w listingu programu (oznaczone znakiem zapytania) i sprawdź jego działanie.</p> 	<pre>program ulamki_lancuchowe; uses graph; var karta, tryb, i, x :integer; lancuch:string; function ulamek(n:word):real; begin if n=1 then ulamek:=?5 else ulamek:=x+1/?6; end; begin karta:=detect; InitGraph(karta,tryb,''); x:=1; str(x,lancuch); for i:=1 to 5 do begin outTextXY(i*20,i*24,lancuch+'+'); line(i*20+20,i*24+3,450,i*24+3); outTextXY(i*20+10,i*24-10,' 1'); end; outTextXY(i*20,i*24,lancuch+'+'); str(a(i+1):11:11,lancuch); outTextXY(450,24,' = ' +lancuch); readln; CloseGraph; end.</pre>
Rozwiązanie zaproponowane przez ucznia:	?5
	?6
<p>Zadanie 4: Dany jest program rysujący złote prostokąty (jak na rysunku poniżej). Zmodyfikuj program tak, aby użytkownik mógł wprowadzić wymiary największego prostokąta oraz liczbę wszystkich narysowanych prostokątów. Na bazie tego programu napisz program łączący środki powstałych kwadratów tzw. złotą spiralą.</p>	<pre>program zloteprostokaty; uses graph,crt; var x,y,pom,pom1 :integer; zl :real;</pre>



Zmodyfikowany program zapisz jako TwojeNazwisko3.pas prześlij do skrzynki pocztowej nauczyciela.

```

procedure ustal;
begin
  pom:=round(pom*zl);
  pom1:=round(pom/zl);
end;

procedure rys;
begin
  setlinestyle(1,0,1);
  zl:=(sqrt(5)-1)/2;
  pom:=350; x:=200; y:=50;
  ustal; rectangle(x,y,x+pom,y+pom1);
  repeat
    delay(500); ustal;
    line(x,y+pom,x+pom1,y+pom);
    delay(500); ustal;
    line(x+pom,y+pom1,x+pom,y);
    delay(500);
    line(x,y+pom,x+pom,y+pom);
    delay(500); ustal;
  line(x+pom,y+pom1,x+pom,y+pom1+pom);
  x:=x+pom; y:=y+pom1;
  ustal;
  until pom<10;
end;

begin
  initgraph(x,y,'c:\tp\bgi');
  rys;
  readln;
  closegraph;
end.

```

Ocena uzyskana przez ucznia:

Podpis nauczyciela:

XIII. Komentarz metodyczny:

Uznałem, iż najlepsze efekty przy tym temacie zostaną osiągnięte, jeżeli uczniowie samodzielnie odkryją, iż liczby Fibonacciego pojawiają się w wielu dziedzinach życia.

Po podzieleniu uczniów na grupy i otrzymaniu przez nich tematów wystąpień, rozpoczęły się przygotowania do lekcji. Trwały one dwa tygodnie. W tym czasie uczniowie samodzielnie wyszukiwali niezbędne informacje oraz konsultowali ze mną ich treść i konieczność zaprezentowania w czasie lekcji. Źródłem informacji mogły być zasoby Internetu, czasopisma, książki, wiedza i doświadczenie nauczycieli innych przedmiotów oraz rodziców. Każda z grup musiała zaprezentować swoją pracę w ściśle określonym czasie, stąd przygotowując swoje wystąpienia, uczniowie stawali przed koniecznością wyboru, kontaktowania się z członkami grupy w celu planowania wspólnych działań oraz wyboru najlepszej formy zaprezentowania zdobytych wiadomości. Przygotowując swoje wystąpienia, uczyli się korzystać w sposób świadomy z dostępnych źródeł informacji, dokonywać ich selekcji i przetwarzania zgodnie z wymogami lekcji.

Ważną sprawą jest uświadomienie uczniom, iż algorytmy rekurencyjne stosuje się zwykle wtedy, gdy rozpatrywany problem ma naturę rekurencyjną. Stosowanie rekurencji nie jest jednak polecane, gdy istnieje możliwość zastosowania prostego rozwiązania iteracyjnego. Jest to związane z dużym zapotrzebowaniem pamięci do przechowywania wartości obliczeniowych kolejnych wywołań rekurencyjnych.

Warto uzmysłowić uczniom także, iż większość (a praktycznie każdą) procedur lub funkcji rekurencyjnych można zastąpić ich iteracyjnymi odpowiednikami.

Praca uczniów została oceniona. Ocenie podlegały następujące elementy pracy uczniów:

Część I (prezentacja wiadomości na temat rodziny liczb Fibonacciego):

- a) odpowiedni dobór materiałów
- b) właściwe wykorzystanie czasu wystąpienia
- c) umiejętność zainteresowania innych uczniów tematem swojego wystąpienia
- d) sposób wystąpienia i przekazywania informacji (poprawność językowa)

Część II (programowanie):

- a) umiejętność analizy gotowych programów
- b) umiejętność pisania programów

XIV. Wykaz wykorzystanych fragmentów tekstów:

Wykorzystano adres strony www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html podany w książce "Piramidy, szyszki i inne konstrukcje algorytmiczne" – Maciej M. Sysło; WSiP, Warszawa 1998r.

XV. Opis standardów osiągnięć uczniów:

PODSTAWOWE	ROZSZERZAJĄCE
<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosuje posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań teoretycznych i praktycznych, • wykorzystuje elektroniczne źródła informacji, • wykorzystuje środki i narzędzia informatyki w rozwiązywaniu typowych zadań, • wykorzystuje zdobytą wiedzę i umiejętności w rozwiązywaniu zadań szkolnych z różnych dziedzin i problemów życia codziennego, • wie, co to jest iteracja i rekurencja, • zna podstawowe instrukcje wybranego języka programowania i potrafi napisać prosty program, umie stosować procedury i funkcje w wybranym języku programowania, <p>potrafi dokonać analizy prostego algorytmu rekurencyjnego i programu wykorzystującego rekurencję.</p>	<p>uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • wie, jak unikać typowych błędów działania programów wynikających z konstrukcji algorytmów, • potrafi budować procedury i funkcje z parametrami w wybranym języku programowania, • wie, jak rozwiązywać zadania rekurencyjne w wybranym języku programowania, • zna korzyści i niebezpieczeństwa wynikające ze stosowania rozwiązań rekurencyjnych, • stosuje metody badawcze do rozwiązywania problemów.

PRZYPISY:

Wszystkie przypisy dotyczą podręcznika **"Informatyka część 1 – Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego"** – WSiP – Warszawa 2002; Autorzy: Ewa Gurbiel, Grażyna Hardt-Olejniczak, Ewa Kołczyk, Helena Krupicka, Maciej M. Sysło:

1. – str. 23
 2. – str. 26
 3. – str. 35
 4. – str. 38
 5. – str. 40
 6. – str. 46
 7. – str. 50
-